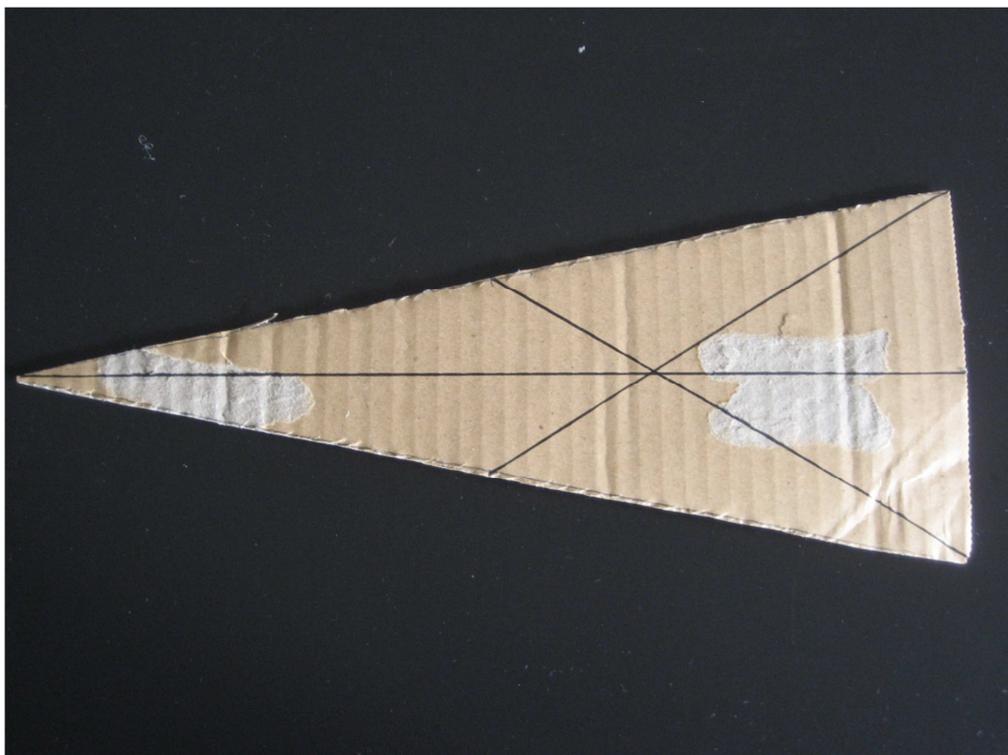


重心についての問題

渡辺規夫

三角形の厚紙の重心を鉛筆のおしりに乗せてみると三角形は鉛筆の上に乗ります。重心というのはもののすべての重さが1点に集まったと考えることが出来る点なのです。実際に厚紙で三角形を作って重心を求め、本当に重心を鉛筆で支えたと三角形全体が釣り合うことを確かめてみましょう。



三角形の重心は図のように各頂点と各辺の中点を結ぶ線の交差する点です。

[問題 1]

長い二等辺三角形の重心を通して底辺に平行な線を引き、鉛筆の側面で三角形を支えてみましょう。三角形は釣り合うでし

ようか。

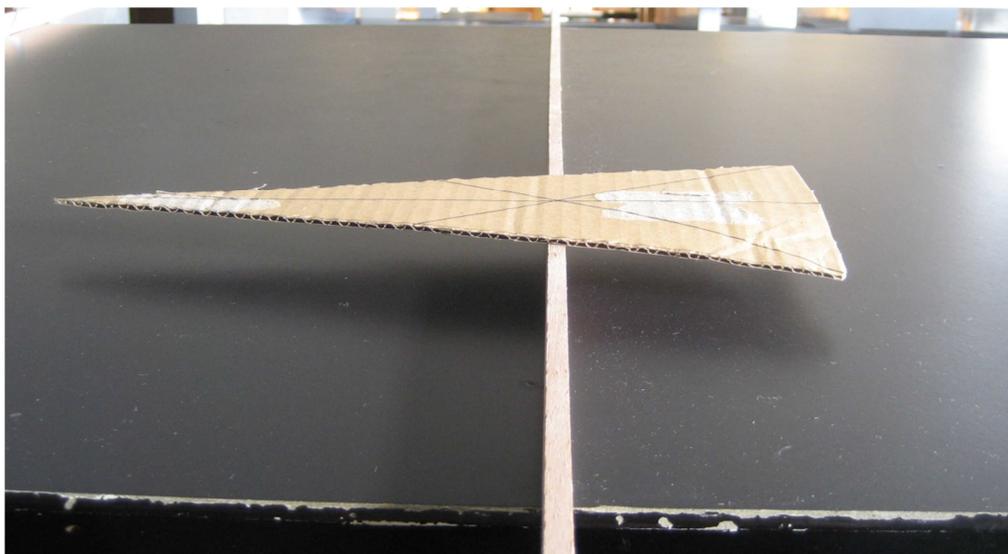
予想

ア つりあう。

イ つりあわない。

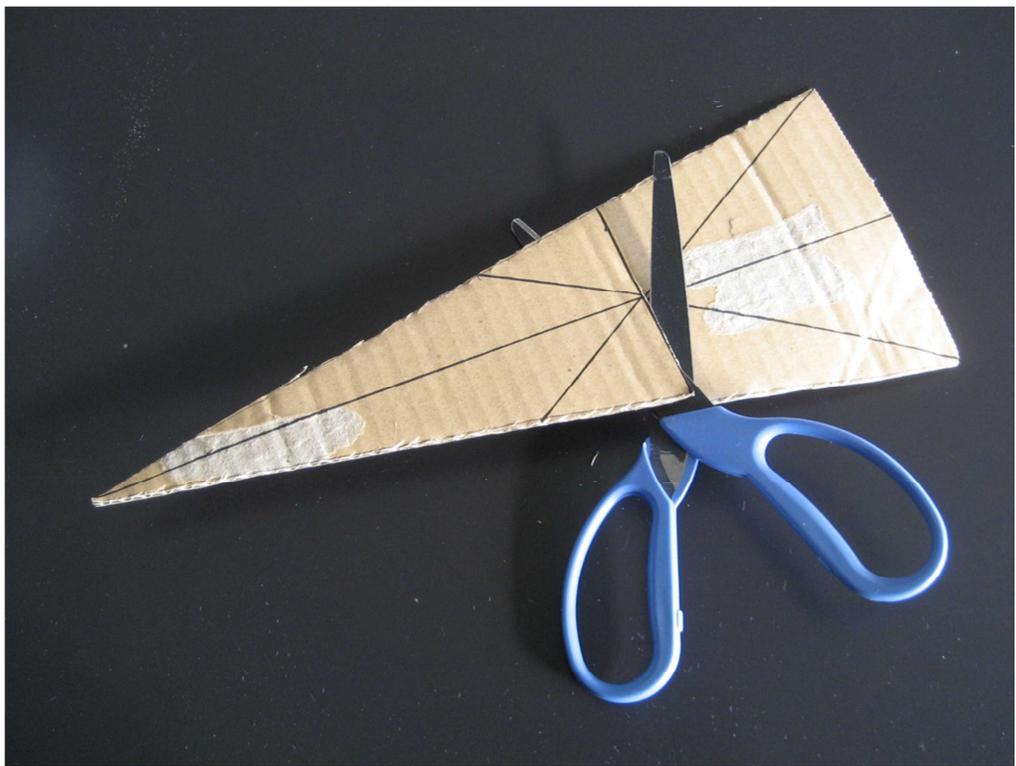
予想を出し合って実験してみましよう。

実験の結果



図のように水平につり合わせることができます。

〔問題2〕 この三角形を重心を通る底辺に平行な線に沿って切り取ります。このとき、2つの厚紙はどちらが重いでしょうか。



予想

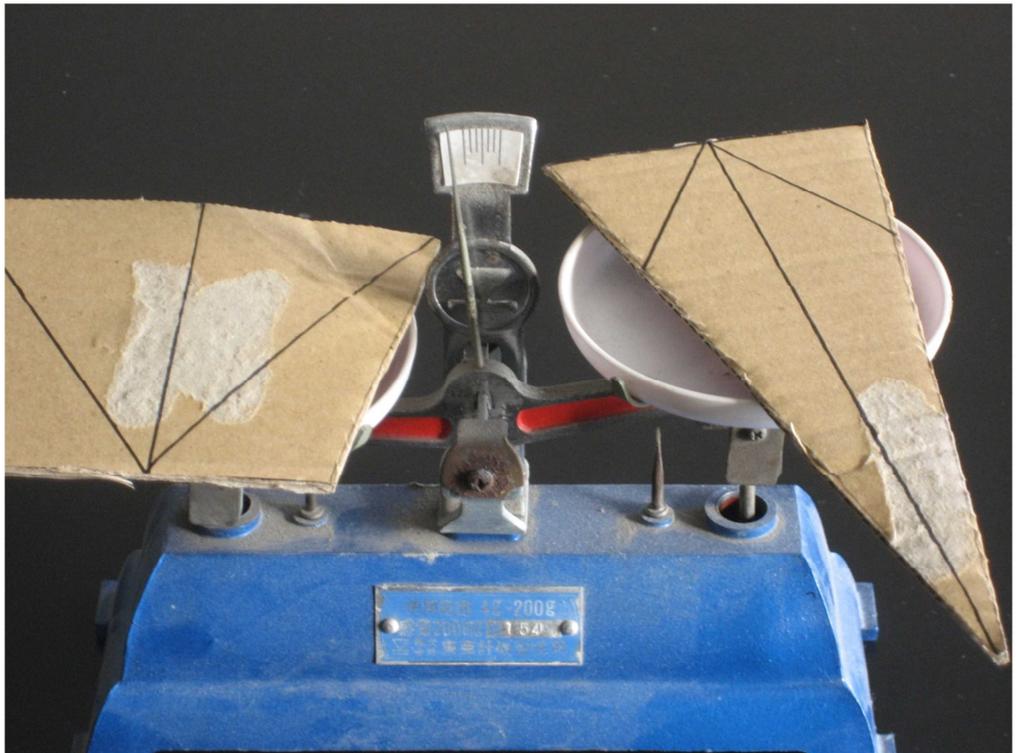
- ア 太くて短い方が重い。
- イ 細くて長い方が重い。
- ウ どちらも同じ重さ。

実験のしかた

上皿天秤に乗せてどちらかに傾くか、あるいは水平のままか、実験してみましょう。



実験の結果



太くて短い方が重いのです。

[解説]

高教研の講演で、重心の授業書に出てくるニンジンの問題を紹介したら、

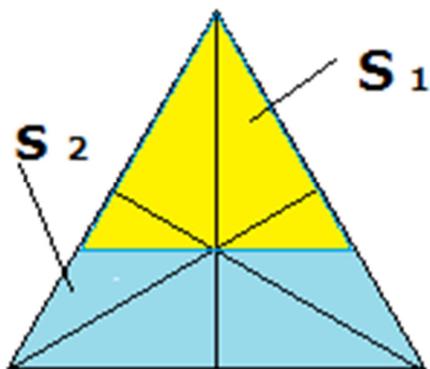
「三角形の場合は違うのではないか」という質問を受けました。

「三角形の場合も同じだ。」と思いましたが、うまく説明できませんでした。ニンジンの実験結果をどう説明するかという質問も受けました。

そこで、まず計算してみて、その後実験してそれを写真に撮りました。計算だけで説明というのはまずいと思ったからです。

[計算]

1 辺の長さ a の正三角形を考える。



正三角形の面積を S とすると

底辺の長さは a 、高さは $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ だから、

$$S = \frac{1}{2}a \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

である。

重心から頂角までの長さは $\frac{a}{\sqrt{3}}$ で、重心より上の三角形の底辺は $\frac{2}{3}a$

だから、重心から上の三角形の面積 S_1 は

$$S_1 = \frac{2}{3}a \times \frac{1}{\sqrt{3}}a = \frac{1}{3\sqrt{3}}a^2$$

重心より下の台形を S_2 とすると、

$$S_2 = S - S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - \frac{1}{3\sqrt{3}}a^2 = \frac{9-4}{12\sqrt{3}}a^2 = \frac{5}{12\sqrt{3}}a^2$$

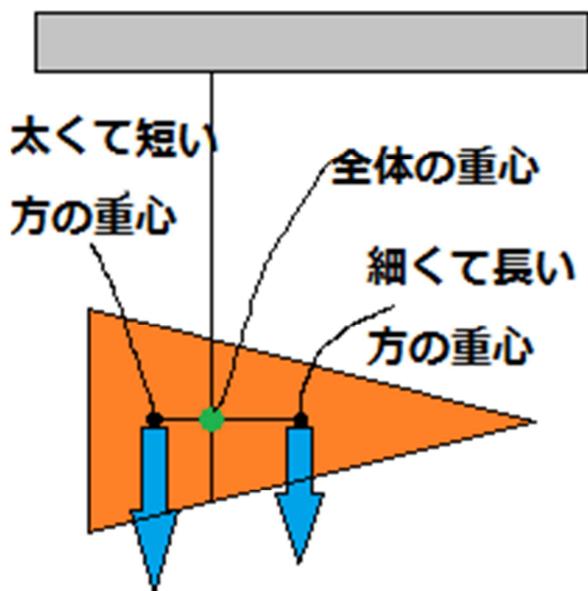
ゆえに、
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{3\sqrt{3}}a^2}{\frac{5}{12\sqrt{3}}a^2} = \frac{4}{5}$$

すなわち、台形の面積の方が、重心より上の三角形の面積より大きい。

証明終わり

[追加の説明]

エンジンを水平につるしたとき、右回りの力のモーメントと左回りの力のモーメントは等しい。2つに切ったエンジンの内、細くて長い部分の重心はつるした支点から遠い場所であり、太くて短い部分の重心はつるした支点から近い場所にある。



右回りの力のモーメントと左回りの力のモーメントがつりあっている
のだから、太くて短い方の部分の方が重力が大きくなければならない。

参照文献

山田正男著 「ニンジンからコマー重心から重心を求める」

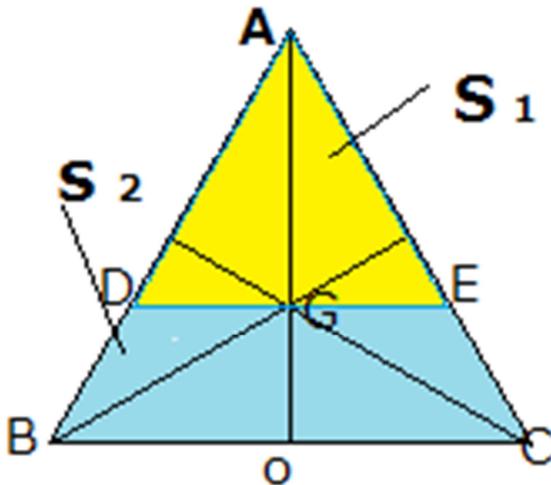
もっと簡単な解き方を思いついた。(2014年2月13日)

図のように頂角をABC、BCの中点をO、重心をGとする。

このとき

$AG = \frac{2}{3}AO$ で、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は相似だから

$\triangle ADE$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ である。



よって台形 DBCE の面積は $\triangle ABC$ の面積の $\frac{5}{9}$ である。

すなわち、 $\triangle ADE$ と台形 DBCE の面積の比は 4 : 5 である。
台形部分の面積の方が大きい。すなわち、線 DE で切ると、太くて短い部分の方が重い。

普通はこのような解き方しか発表しない。しかし、このようにいろいろ考えてみるというところに価値がある。そして、その考えが正しいかどうか実験で確かめるという方法が大切であると考えてるのである。